فصل چهارم:

تحلیل سازه‌ها (خرپا و قاب‌ها)

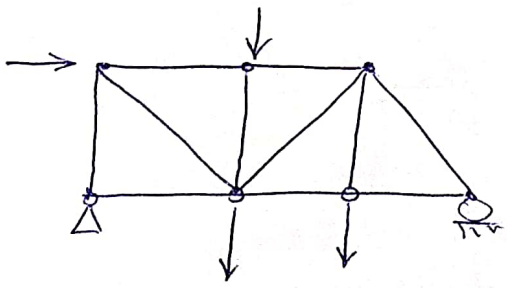
تعریف سازه: مجموعه‌ای از اعضا که به منظور تحمل و انتقال نیرو به کار می‌روند. وظیفه اصلی سازه، انتقال نیروها به تکیه‌گاه‌ها ثابت، به نحو ایمن و اقتصادی است.

مراحل تحلیل سازه:

1. بررسی پایداری سازه‌ها
2. محاسبه عکس‌العمل تکیه‌گاهی
3. محاسبه نیروهای داخلی سازه
4. تغییر شکل‌های سازه

خرپا: (Truss)

تعریف: سازه‌ای است متشکل از تعدادی عضو طناب، که توسط مفصل‌ها بدون اصطکاک به یکدیگر متصل شده‌اند و نیروها وارده به آن، تنها نیروهای منفردی است که در محل مفصل‌ها اعمال می‌گردد و در میانه‌ی اعضا هیچگونه نیرویی اعمال نمی‌گردد.

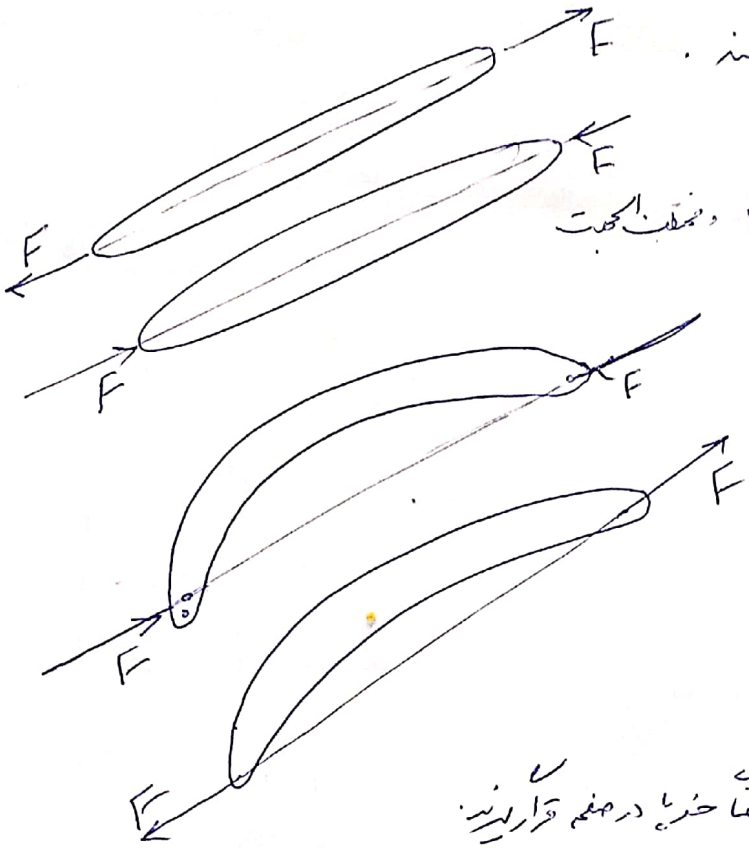


Scanned by CamScanner

نتیجه گیری :

۱ منافصل بودن اعضاک ← عدم وارد آمدن گشتاور به یکدیگر

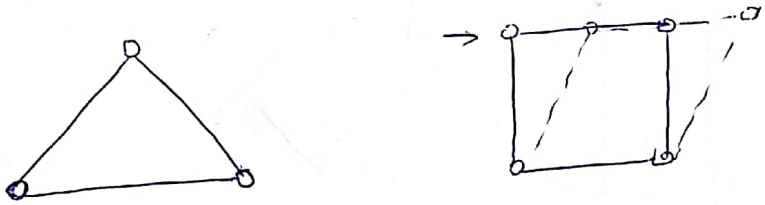
۲ اعضای خرپا دو نیرویی هستند .



دو نیرو مستقیم، هم استا، هم اندازه و مختلف الجهت

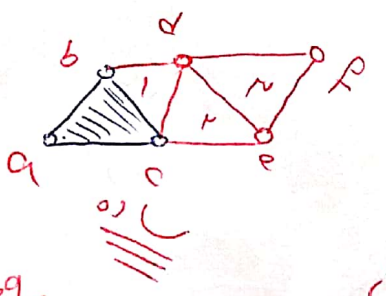
خرپای دو بعدی : وقتی تمام اعضای خرپا در صفحه قرار دارند.

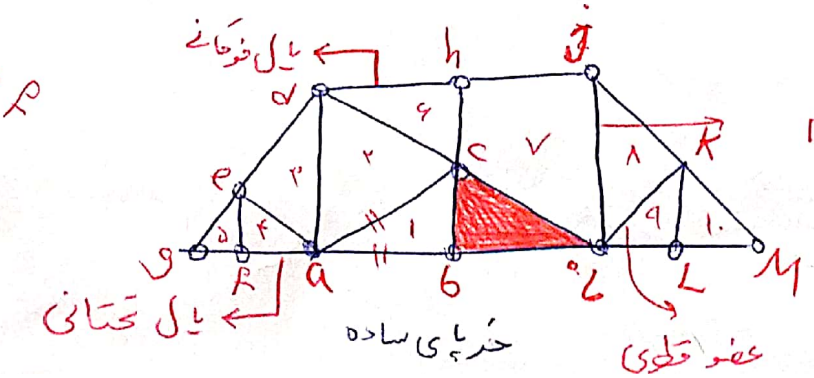
* شکل مثلثی تنها حالت پایدار جهت اتصال مجموعه اعضا به صورت مفصلی خواهد بود (در حالت دو بعدی)



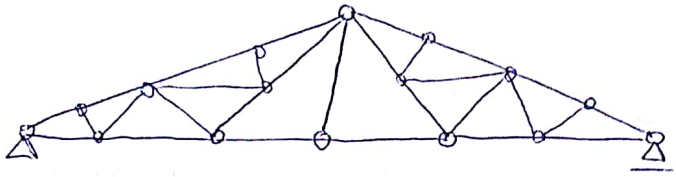
خرپای ساده :

هر خرپایی که از رشد یک مثلث پایه بصورت یک گره و در هر گره تشکیل یابد خرپای ساده گویند. خرپای ساده همواره پایدار و معین است.

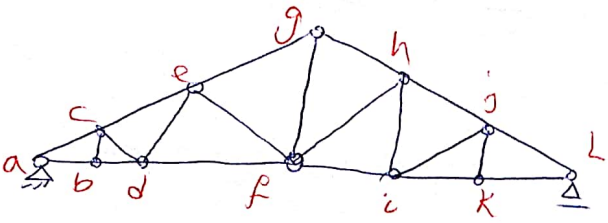




Scanned by CamScanner

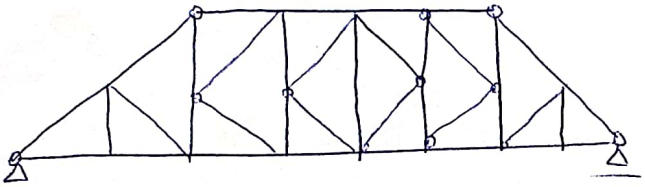


خرپای Fink

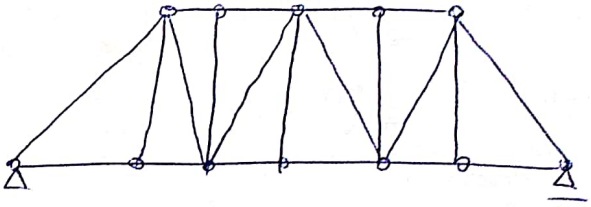


How

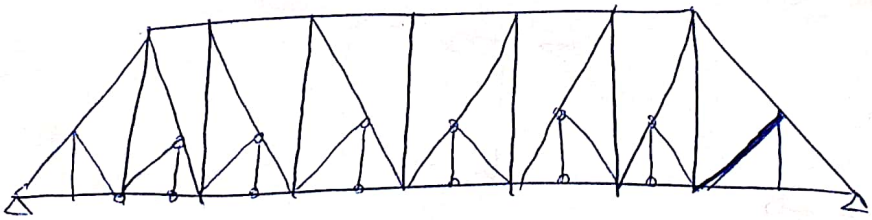
خرپاهای معمول برای پوشش سقف



خرپای K



Warren



Baltimore

خرپاهای معمول برای ساخت پل

Scanned by CamScanner

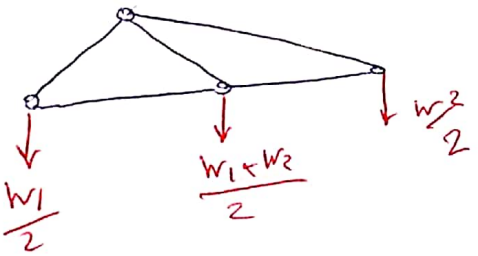
تحلیل خرپاها :

فرضیات :

۱. اعضای خرپا در انتها به هم مفصل (لولا) شده اند و اصطکاک در مفاصل ناچیز است.

۲. اعضای خرپا، نیرو محوری هستند. (این اعضا که معمولاً به صورت مستقیم هستند دارای نیروی کششی یا فشاری در کل عضو می باشند)

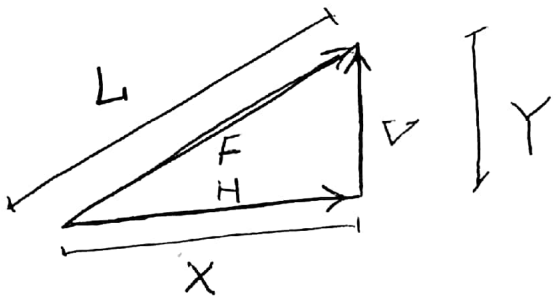
۳. وزن اعضا در مقایسه با بار وارده ناچیز است. در صورتیکه بخواهیم وزن اعضا را نیز در نظر بگیریم، در اینصورت با فرض یکنواخت بودن مقطع عضو، وزن W (عضو) به صورت نیروی $\frac{W}{2}$ به دو سر عضو اثر می کند.



Scanned by CamScanner

روشهای تحلیل خرپاها:

۱- روش مفصل یاره (Joint Method)

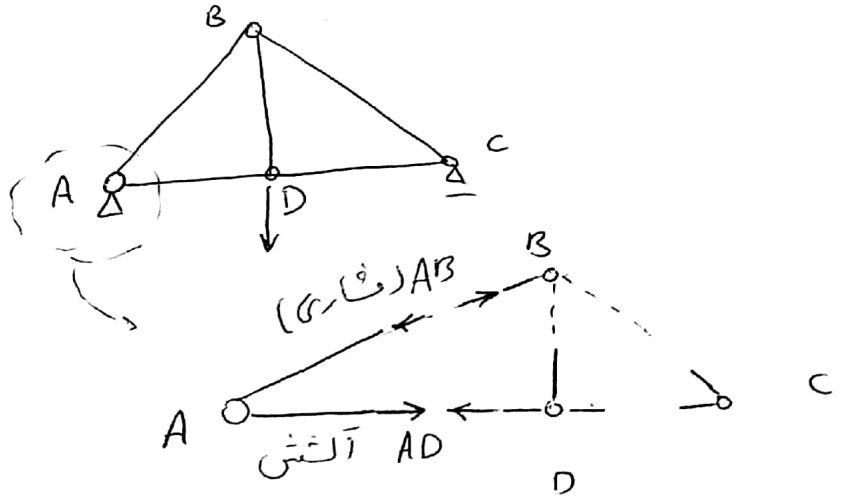


$$\frac{\vec{F}}{L} = \frac{\vec{H}}{X} = \frac{\vec{V}}{Y}$$

اساس روش مفصل براین است که دیاگرام آزاد یک مفصل ترسیم می‌گردد و سپس با استفاده از معادلات تعادل برای هر مفصل (گره) نیروها مجهول اعضای متصل به آن مفصل بدست می‌آید.

این عمل را برای کلیه مفصل‌ها خرپا انجام می‌دهیم تا نیروهای داخلی همه‌ی اعضا مشخص گردد.

* از آنجا که برای هر دیاگرام آزاد مفصل، تنها دو معادله مستقل می‌توان نوشت، لذا ترتیبی باید اتخاذ کرد که انتخاب هر مفصل بگونه‌ای باشد که حداکثر دو مجهول در مفصل ظاهر گردد.



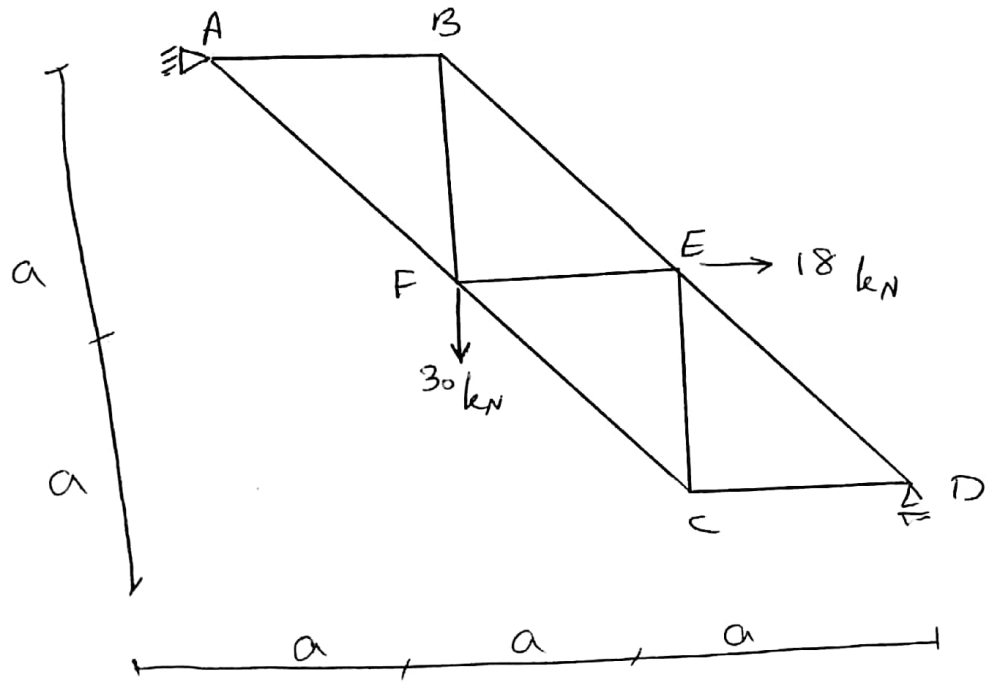
✓ به عنوان یک قرارداد: جهت نیروهای فشاری به سمت مفصل فرض می‌گردد.

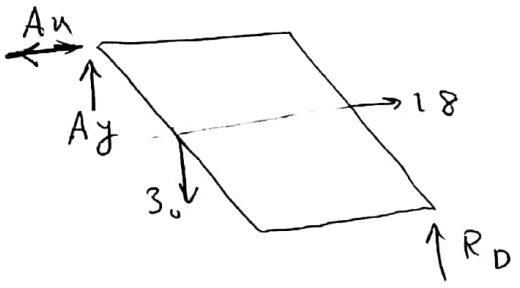
✓ " " کششی از مفصل دور می‌گردد.

✓ " جهت نیروها را می‌توان بصورت دلخواه انتخاب کرد و پس از آنالیز جهت حقیقی مشخص می‌گردد.

Scanned by CamScanner

مثال:





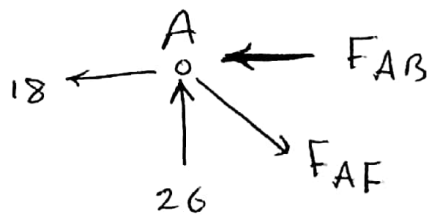
$\sum M_A = 0 \rightarrow R_D \times 3a = 30a - 18a$

$\rightarrow R_D = 4\ kN$

$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 18$

$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = 30 - R_D = 30 - 4 = 26\ kN$

A)



$\sum F_y = 0 \rightarrow 26 - F_{AF}\frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

$\rightarrow 26\sqrt{2} = F_{AF}$

$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} + 18 = F_{AF}\frac{1}{\sqrt{2}}$

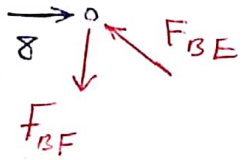
$\rightarrow F_{AB} = 8\ kN$

عضو AF ← کشیده می‌شود.

عضو AB ← فشرده می‌شود.

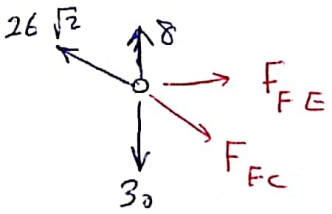
Scanned by CamScanner

B جزء)



$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow 8 = F_{BE} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow F_{BE} = 8\sqrt{2}\ kN \\ \Sigma F_y = 0 \quad F_{BF} = 8\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 8\ kN \end{cases}$$

F جزء)

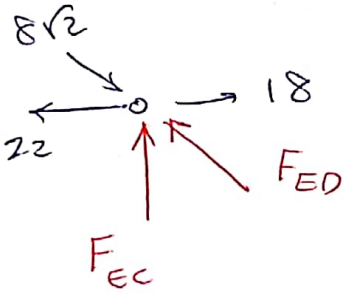


$$\begin{cases} \Sigma F_y = 0 \rightarrow 8 + 26\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 30 + F_{FC}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \rightarrow F_{FC} = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \frac{26\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = F_{FE} + 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow F_{FE} = 22\ kN$$

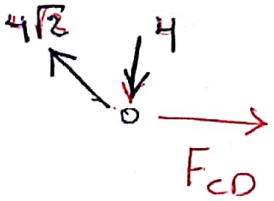
E جزء



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{ED}\frac{1}{\sqrt{2}} + 22 = 18 + \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \rightarrow F_{ED} = 4\sqrt{2}\ (\text{فشاری})$$

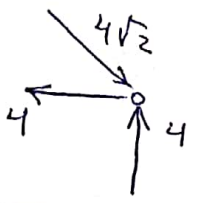
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{EC} + 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow F_{EC} = 4\ (\text{فشاری})$$

C جزء)



$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{CD} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4 \\ \Sigma F_y = 0 \quad \text{بازاست} \end{cases}$$

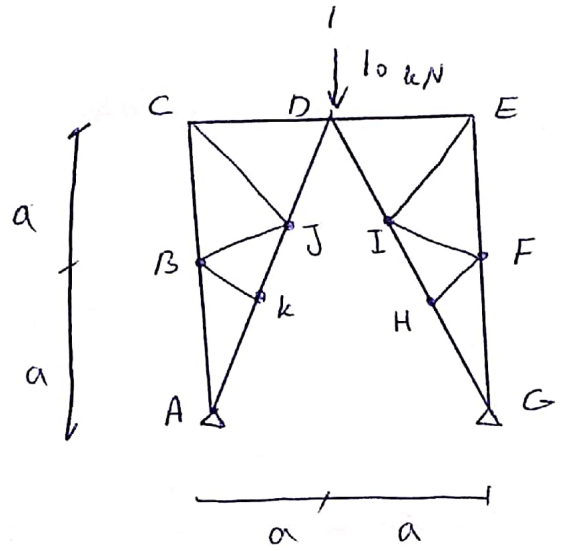
D جزء



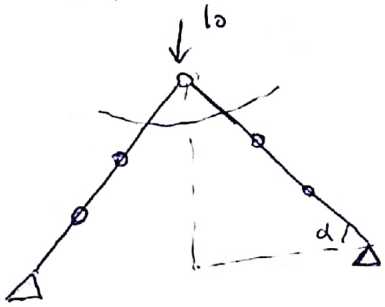
ok ✓

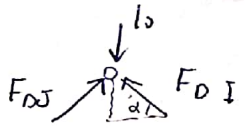
Scanned by CamScanner

مثال: مطلوب است محاسبه نیروهای داخلی کلیه اعضای خرپای زیر:



اعضای نیروی صفر شده: FG , DE , EF , IE , FI , HF , CJ , BJ , kB , AB , CB , DC





$\tan\alpha = 2$

$\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{DI} = F_{DJ} = F$

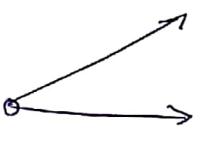
$\sum F_y = 0 \quad 2F\sin\alpha = 10$

$F = \frac{5}{\sin\alpha} = 2.5\sqrt{5}$

Scanned by CamScanner

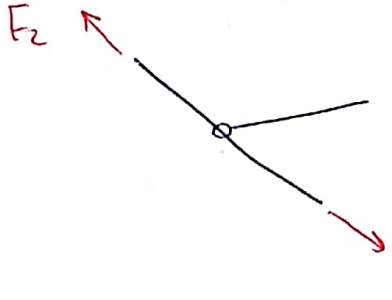
تذکر: اعضای صفر نیرویی:

۱ درصورتی که به مفصلی از خرپا تنها دو عضو زاویه دار (غیرهم راستا) متصل شده باشد و نیروی خارجی نیز بر این مفصل اعمال نگردد نیروهای داخلی این دو عضو، صفر خواهد بود.



$\rightarrow \quad F_1 = F_2 = 0$

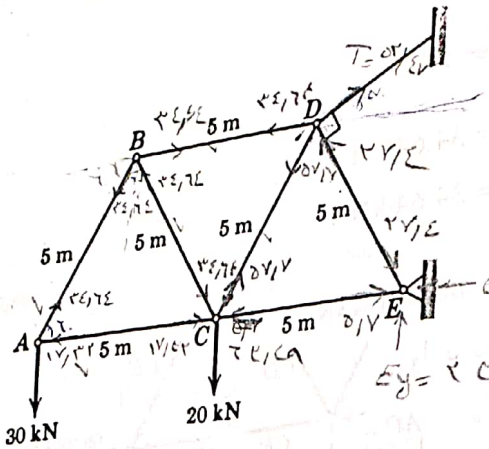
۲ اگر به مفصلی از خرپا، تنها سه عضو متصل شده باشد به گونه‌ای که دو تا از آنها هم استاد باشند، هیچ نیروی خارجی بر آن اعمال نشده باشد، نیروی عضو غیرهم راستا صفر خواهد بود.



Scanned by CamScanner

مثال نمونه ۴ – ۱

خرپای نشان داده شده در شکل را حل کنید .

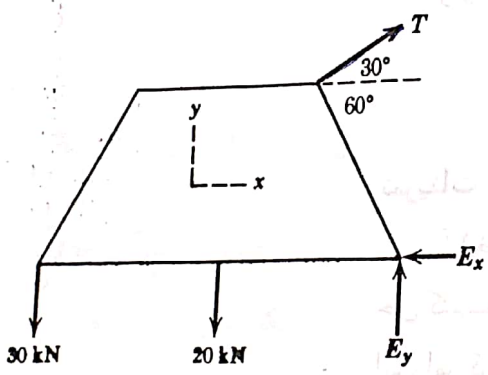


حل. از آنجا که می‌خواهیم این خرپا را بطور کامل حل کنیم ابتدا ، نیروهای عکس العمل را بدست می‌آوریم . برای این منظور دیاگرام آزاد خرپا را در نظر می‌گیریم .

$[\Sigma M_E = 0]$ $\quad 5T - 20(5) - 30(10) = 0 \qquad T = 80.0\,\text{kN}$

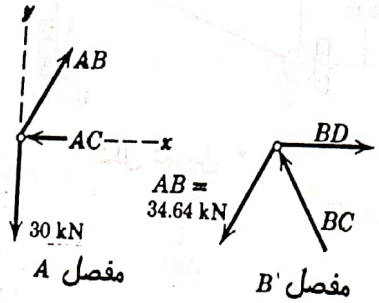
$[\Sigma F_x = 0]$ $\quad 80.0\cos 30° - E_x = 0 \qquad E_x = 69.3\,\text{kN}$

$[\Sigma F_y = 0]$ $\quad 80.0\sin 30° + E_y - 20 - 30 = 0 \qquad E_y = 10.0\,\text{kN}$



توجه: قرارداد کردیم که عضو فشاری نیرویی رو به مفصل وارد می‌کند .

سپس دیاگرام آزاد مربوط به هر مفصل را در نظر می‌گیریم . ابتدا مفصل A .



$[\Sigma F_y = 0]$ $\quad 0.866AB - 30 = 0 \qquad AB = 34.64\,\text{kN}\,T$

$[\Sigma F_x = 0]$ $\quad AC - 0.5(34.64) = 0 \qquad AC = 17.32\,\text{kN}\,C$

که منظور از T و C به ترتیب کششی و فشاری می‌باشد .

Scanned by CamScanner

مفصل بعدی، B می‌باشد. زیرا در مفصل C بیش از دو نیروی مجهول داریم.

$$[\Sigma F_y = 0] \quad 0.866BC - 0.866(34.64) = 0 \qquad BC = 34.64 \text{ kN } C$$

$$[\Sigma F_x = 0] \quad BD - 2(0.5)(34.64) = 0 \qquad BD = 34.64 \text{ kN } T$$

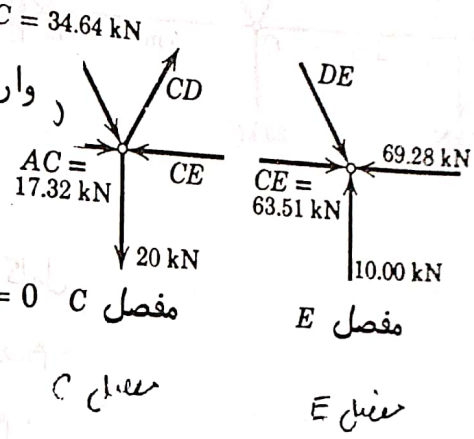
اکنون به مفصل C، بیش از دو عضو با نیروی مجهول وارد نشده است. و همانند قبل می‌نویسیم.

$$[\Sigma F_y = 0] \quad 0.866CD - 0.866(34.64) - 20 = 0$$

$$CD = 57.74 \text{ kN } T$$

$$[\Sigma F_x = 0] \quad CE - 17.32 - 0.5(34.64) - 0.5(57.74) = 0$$

$$CE = 63.51 \text{ kN } C$$



و سرانجام با توجه به مفصل E.

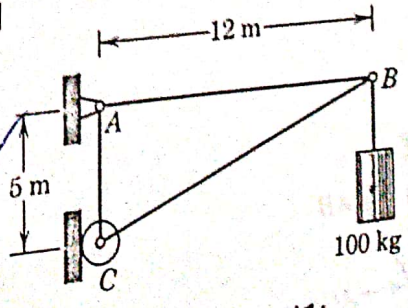
$$[\Sigma F_y = 0] \quad 0.866DE = 10.00 \qquad DE = 11.55 \text{ kN } C$$

و رابطه $\Sigma F_x = 0$ می‌تواند جهت کنترل بکار رود.

تمرینات

(خرپاهای موضوع تمرینات زیر را با روش تعادل مفصل حل کنید. از وزن عضوها صرفنظر نمائید، مگر آنکه خلاف این امر ذکر شده باشد.)

۴ – ۱. نیروی بوجود آمده در هر عضو از خرپای بارگذاری شده را بدست آورید.

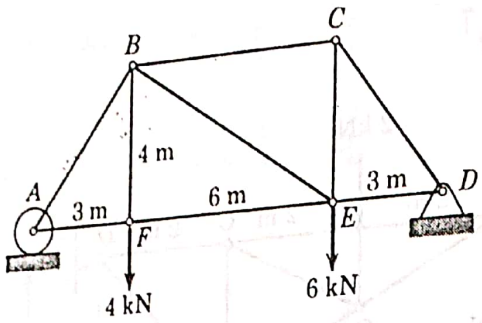


شکل تمرین ۴ – ۱

جواب:

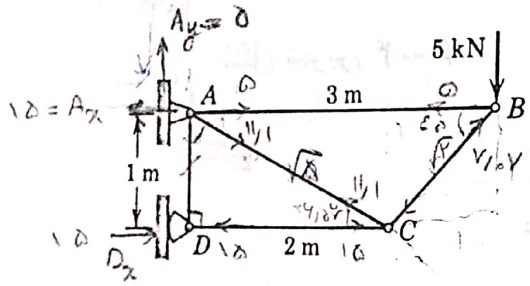
$$AB = 2.35 \text{ kN } T$$

۴-۲. نیروی بوجودآمده درعضوهای خرپای نشان داده شده در شکل را تعیین کنید.



شکل تمرین ۴ – ۲

۴-۳. خرپای نشان داده شده در شکل را آنالیز نمائید. اعضوهای با نیروی صفر توجه داشته باشید.

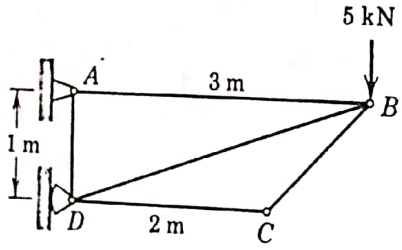


شکل تمرین ۴ – ۳

جواب:

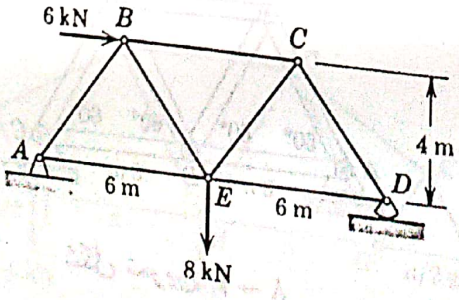
$AB = 5\ \text{kN}\ T$
$BC = 5\sqrt{2}\ \text{kN}\ C$
$CD = 15\ \text{kN}\ C$
$AC = 5\sqrt{5}\ \text{kN}\ T$
$AD = 0$

۴-۴. خرپای‌تمرین قبل باکمی‌تغییر مورد نظر می‌باشد. این خرپا را حل کرده و نتایج بدست آمده را با تمرین ۴-۳، مقایسه کنید.



شکل تمرین ۴ – ۴

۴-۵. خرپای نشان داده شده در شکل را آنالیز کنید.



شکل تمرین ۴ – ۵

جواب:

$AB = 2.5\ \text{kN}\ C$
$BC = 9\ \text{kN}\ C$
$CD = 7.5\ \text{kN}\ C$
$DE = 4.5\ \text{kN}\ T$
$AE = CE = 7.5\ \text{kN}\ T$
$BE = 2.5\ \text{kN}\ T$

Scanned by CamScanner

روش مقطع (Section Method)

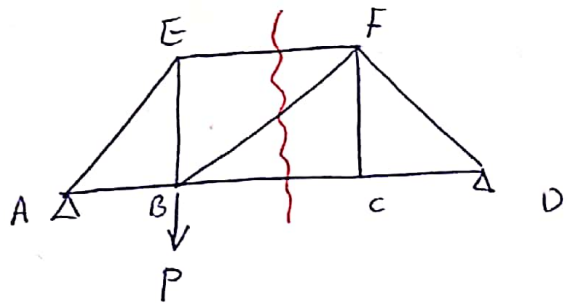
روش مقطع، براساس ایجاد یک برش فرضی بر روی اعضایی که محاسبه نیروهای آنها مدنظر می‌باشد استوار شده است. با ایجاد برش، خرپا به دو قسمت کاملاً مجزا تقسیم می‌گردد.

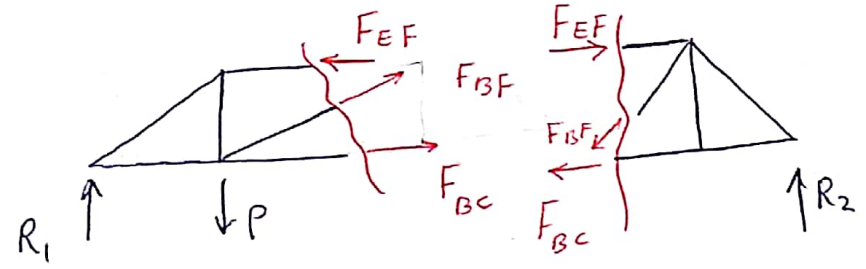
3x+1

با رسم دیاگرام آزاد یکی از این بخش‌ها و با استفاده از معادلات تعادل، نیروهای داخلی آنها بدست می‌آید.

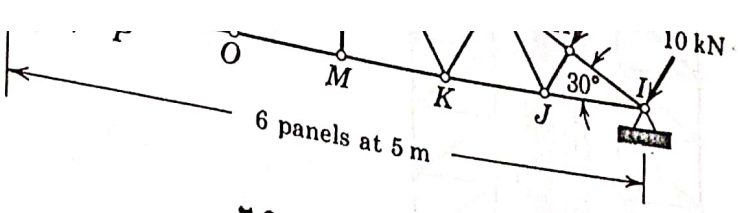
بدیهی است، از آنجاکه تعداد معادلات مستقل برای هر دیاگرام آزادی در صفحه ۳ معادله می‌باشد لذا بایستی، مقطع فرضی به گونه‌ای انتخاب گردد که حداکثر ۳ عضو مجهول در آن وجود داشته باشد.

مثال:





Scanned by CamScanner



شکل تمرین ۴ ـ ۲۶

۴ ـ ۴ . روش تعادل برش

در بخش قبل دیدیم که در روش تعادل مفصل تنها از دو رابطه از سه رابطه تعادل کمک گرفته می‌شد . در روش تعادل برش ، هر سه رابطه تعادل مورد استفاده هستند . خرپا از موقعیت مناسب برش داده شده ، دیاگرام آزاد مربوطه رسم و روابط تعادل نوشته می‌شود . باید دقت کرد که با هر برش بیش از سه عضو مجهول قطع نگردد .

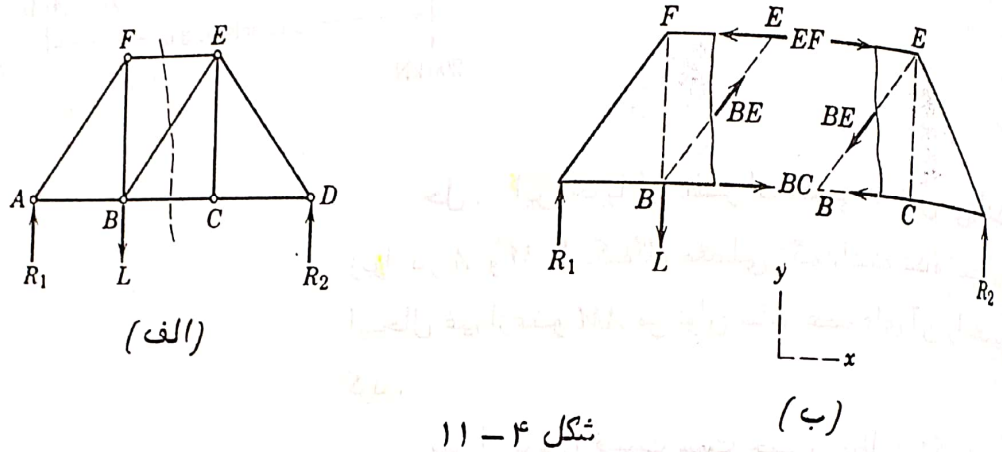
شکل موضوع روش قبلی را در اینجا نیز می‌آوریم . ابتدا عکس العمل‌های خارجی تعیین می‌شود ، شکل ۴ ـ ۱۱ الف . فرض کنید می‌خواهیم عضو BE را تعیین کنیم . با یک برش فرضی خرپا به دو قسمت می‌شود ، شکل ۴ ـ ۱۱ ب . به منظور فراهم نمودن تعادل هر قسمت لازم است عضوهای بریده شده را با نیروی بوجود آمده در آنها جایگزین کنیم . اگر قسمت سمت چپ را در نظر بگیریم ، دو نیروی L و R_1 علاوه بر سه نیروی عضوهای بریده شده اثر می‌کنند گاه می‌توان از روی احساس جهت نیروی عضوهای بریده شده را بطور صحیح انتخاب کرد . از نوشتن تعادل گشتاورها حول نقطه B ، نیروی عضو EF بدست می‌آید . از آنجا که نیروی L بزرگتر از R_1 است ، نیروی عضو BE باید به سمت بالا باشد تا تعادل در جهت قائم را فراهم کند .

از نوشتن تعادل گشتاورها حول نقطهٔ E در قسمت سمت راست عضو BC تعیین می‌شود . از آنجاکه احساس می‌گردد عضوهای پایینی خرپا در کشش بیفتند می‌توان از ابتدا علامت عضو

Scanned by CamScanner

BC را درست انتخاب کرد . از نوشتن تعادل گشتاورها حول نقطهٔ B ، سه نیرویی که از آن می‌گذرند حذف شده و تنها عضو EF می‌ماند . عضو BE را می‌توان از بررسی تعادل در جهت قائم بدست آورد .

قسمت سمت راست تحت اثر نیروی تکیه‌گاهی R_2 در تعادل است . جهت نیروهای فرض برای عضوهای بریده‌شده در این قسمت خلاف آن است که برای عضو سمت چپ انتخاب گردید . جهت نیروی عضوهای افقی را براحتی می‌توان از بررسی گشتاور در نقطهٔ B و E نتیجه گرفت .

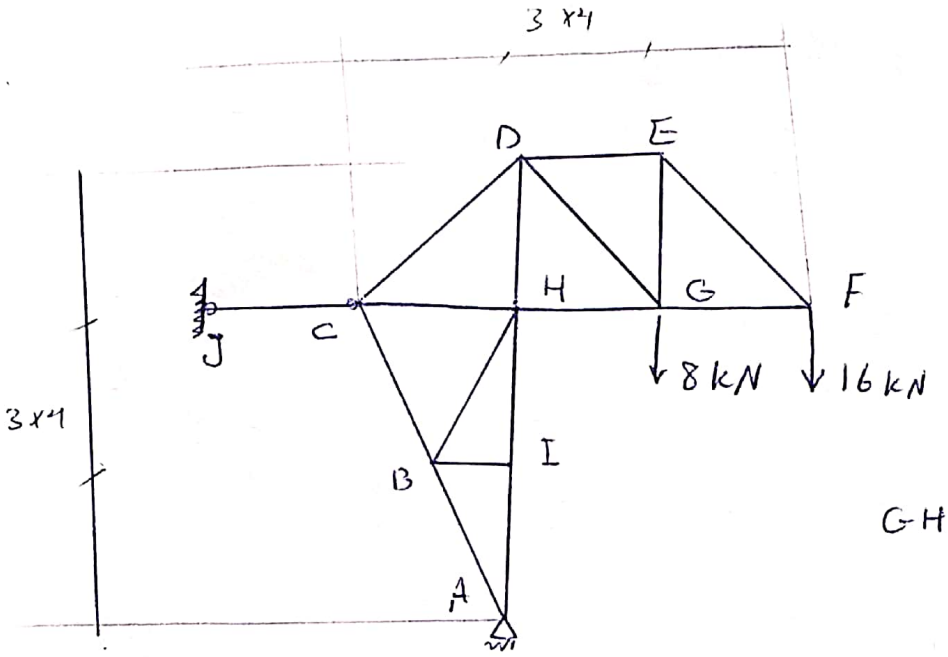


شکل ۴ – ۱۱

در روش تعادل بـرش باید دقت کرد که تنها نیروی عضوهای بریده شده را بر دیاگرام آزاد قسمت مورد بررسی وارد می‌کنیم . و عضوهایی که به کمک برش بریده نشده‌اند در این امر دخالت نکرده و به‌صورت نیروهای داخلی سیستم مطرح می‌شوند .

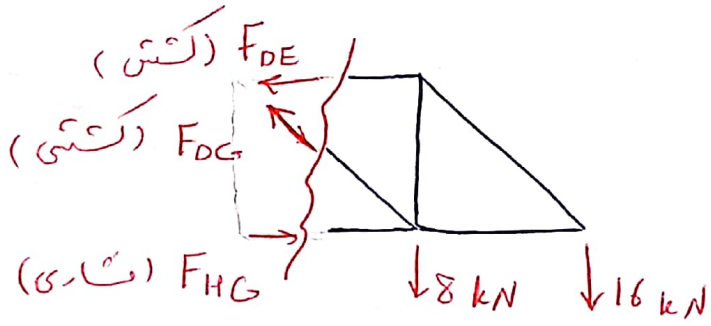
گاه ترجیح داده می‌شود که از روش تعادل مفصل و تعادل برش بطور توام استفاده شود . برای مثال در یک خرپای بزرگ تعیین نیروی یک‌عضومیانی شاید به کمک برش راحت‌تر باشد . در روش برش بیشتر رابطه تعادل گشتاور مورد استفاده دارد . نقطه‌ای که گشتاور برای آن کنترل می‌شود می‌تواند روی قسمت مورد بررسی و یا خارج آن قرار گیرد . چنانچه بر اساس جهت‌های انتخابی نیروی عضو منفی شده یعنی این انتخاب درست نبوده و باید تصحیح گردد . یک راه این است که تمام نیروها کششی فرض شوند یعنی از مفصل در حال دور شدن باشند . حال اگر نیروی عضوی منفی شد یعنی کششی نبوده و باید فشاری منظور گردد .

Scanned by CamScanner



مثال:

به تئوری سه اعضای جرثقیل،
مدل تحلیلی آن بصورت روبرو
مشخص گردیده است.
نیروهای اعضای DE، DG، GH
را بدست آورید.



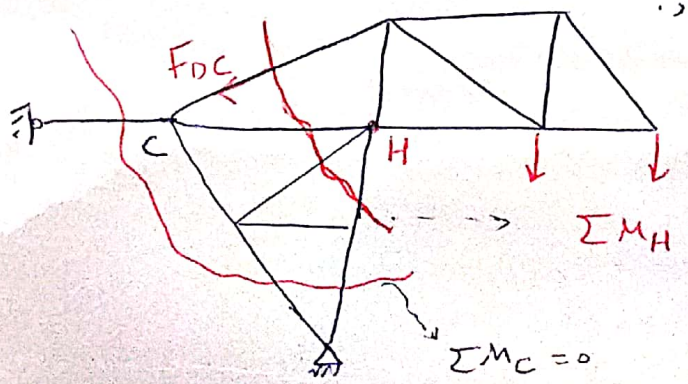
$$\sum M_C = 0 \rightarrow 16 \times 4 = F_{DE} \times 4 \rightarrow F_{DE} = 16$$

$$(\sum M_D = 0)$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{HG} = F_{DE} = 16$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{DG} \frac{1}{\sqrt{2}} = 8 + 16 = 24 \rightarrow F_{DG} = 24\sqrt{2}$$

سوال: F_{DC} ← مقطع مشخص گردد.

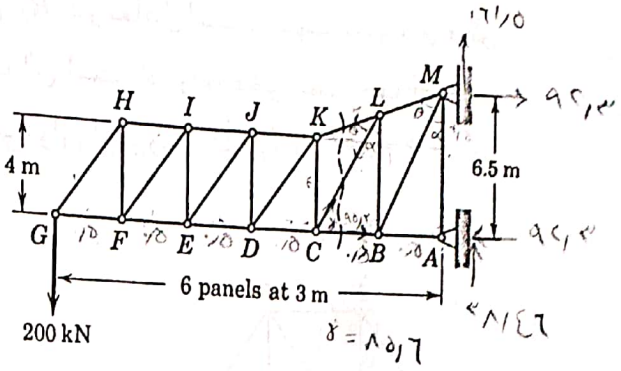


سوال ← F_{AI} ← مقطع:

Scanned by CamScanner

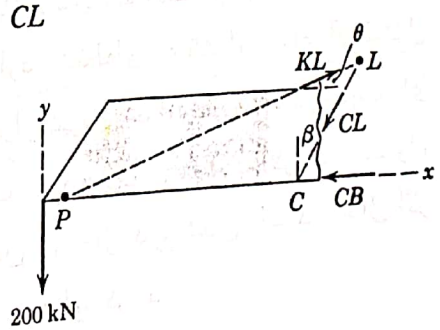
تمرین نمونه ۴ – ۲

نیروی بوجود آمده در عضوهای KL ، CL و CB را تحت اثر نیروی اعمال شده 200-kN ، تعیین کنید .



حل . این خرپا از نظر استاتیکی نامعین می‌باشد . زیرا در A و M با تکیه‌گاه مفصلی نگهداشته شده است . با اینحال غیرازعضو AM می‌توان سایر عضوهای آن را تعیین کرد .

پس از برش ، قسمت سمت چپ را مطابق شکل در نظر می‌گیریم ، بررسی گشتاور حول نقطهٔ L ، CB را فشاری و حول‌نقطهٔ C ، KL را کششی معرفی می‌کند . جهت نیروی عضو CL رابه راحتی نمی‌توان تشخیص داد . ادامهٔ KL ، عضو CB را در طرف راست نقطهٔ G قطع می‌کند . تعادل گشتاور حـول این نقطهٔ تقاطع ، یعنی P نشان می‌دهد که CL باید فشاری باشد .



توجه : از روش تعادل مفصل ، باید کلی عملیات انجام می‌شود تا به عضو خواسته شده می‌رسیدیم .

توجه : می‌توانستیم با گشتاور حول C یا P نیز شروع کنیم .

Scanned by CamScanner

از نوشتن جمع گشتاورها حول نقطه L داریم .

$$BL = 4 + (6.5 - 4)/2 = 5.25 \text{ m}$$

$$[\Sigma M_L = 0] \quad 200(5)(3) - CB(5.25) = 0 \qquad CB = 571 \text{ kN } C$$

سپس گشتاور حول نقطهٔ C را می‌نویسیم ، باید $\cos\theta$ معلوم باشد .

$$\theta = \tan^{-1}(5/12) \qquad \cos\theta = 12/13$$

بنابراین

$$[\Sigma M_C = 0] \quad 200(4)(3) - \tfrac{12}{13}KL(4) = 0 \qquad KL = 650 \text{ kN } T$$

سرانجام ، می‌توان CL را با نوشتن گشتاور حول نقطهٔ P بدست‌آورد . فاصلهٔ نقطهٔ P تا C برابر است با $PC/4 = 6/(6.5 - 4)$ یا $PC = 9.60$ m . همچنین به دانستن زاویه β نیاز هست .

$$\beta = \tan^{-1}(\overline{CB}/\overline{BL}) = \tan^{-1}(3/5.25) = 29.7°$$

$$\cos\beta = 0.868.$$

توجه : می‌توانستیم CL را از نوشتن تعادل نیروها در جهت قائم نیز بدست آوریم .

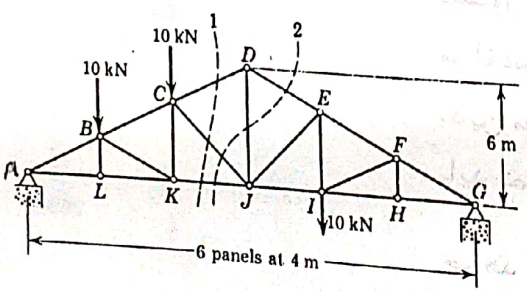
پس

$$[\Sigma M_P = 0] \quad 200(12 - 9.60) - CL(0.868)(9.60) = 0$$

$$CL = 57.6 \text{ kN } C$$

تمرین نمونه ۴ ـ ۳

نیروی بوجود آمده در عضو DJ را تحت بارگذاری نشان داده شده تعیین کنید .



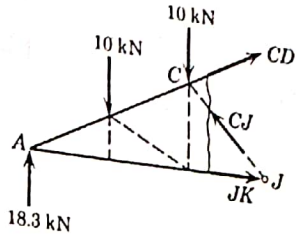
Scanned by CamScanner

حل .

هر برشی از DJ چهار عضو مجهول را قطع می‌کند . هر چند سه عضو از برش ۲ ، از J می‌گذرند و با نوشتن تعادل گشتاورحول J می‌توان DE را بدست آورد اما با دو رابطه تعادل دیگر نمی‌توان DJ را تعیین نمود . به همین خاطر باید ابتدا برش ۱ را بررسی نمود .

برش ۱ ، خرپارا به دو قسمت می‌کند . که قسمت سمت چپ درشکل مقابل مشاهده می‌شود . نیروی عکس العمل در A ، 18.3 kN می‌باشد که قبلا " تعیین گردیده است . با در نظر گرفتن گشتاور در حول نقطهٔ A ملاحظه می‌کنیم که CD و JK از دور خارج شده و لازم می‌شود که نیروی عضو CJ بالا و بطرف چپ باشد . از بررسی‌گشتاور در نقطهٔ C معلوم می‌گردد که نیروی JK باید بطرف راست وارد شود . عضو CD بطور دلخواه کششی فرض می‌گردد . همانطورکه قبلا " گفته شد عضوهای تخت پایینی خرپا معمولا " در کشش و عضوهای تخت بالایی معمولا " در فشار کار می‌کنند .

برش



توجه : جهت نیروهای بوجود آمده در عضوها را می‌توان اختیاری فرض کرد .

از بررسی برش ۱ ، CJ بدست می‌آید .

$$[\Sigma M_A = 0] \qquad 0.707\,CJ(12) - 10(4) - 10(8) = 0 \qquad CJ = 14.1\ \text{kN}\ C$$

در این‌رابطه‌از CJ با درنظر گرفتن موءلفه‌های افقی و قائم آن در نقطهٔ J میسر شده است .

توجه : می‌توان جهت CD را به صورت عکس منظور کرد و آنالیز را انجام داد .

$$[\Sigma M_J = 0] \qquad 0.894CD(6) + 18.3(12) - 10(4) - 10(8) = 0$$

$$CD = -18.6\ \text{kN}$$

گشتاور نیروی CD حول نقطهٔ J را با در نظر گرفتن اثر موءلفه‌های آن در نقطهٔ D بدست آوردیم . علامت منفی بدین مفهوم است که جهت انتخاب شده درست نبوده و باید تصحیح گردد . اگر CD فشاری انتخاب شود ، آنگاه

$$CD = 18.6\ \text{kN}\ C$$

خواهد بود .

Scanned by CamScanner

از دیاگرام آزاد برش ۲ ، با نوشتن گشتاور حول نقطهٔ G

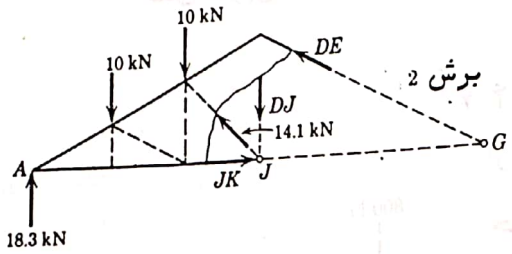
$$[\Sigma M_G = 0] \quad 12DJ + 10(16) + 10(20) - 18.3(24) - 14.1(0.707)(12) = 0$$

$$DJ = 16.6 \text{ kN } T$$

برای نوشتن گشتاور CJ ، از مؤلفه‌های آن در J استفاده شده است . جواب مثبت DJ معلوم می‌کند که جهت فرض شده درست می‌باشد .

یک راه حل دیگر استفاده از برش ۱ برای تعیین CD و سپس نوشتن تعادل مفصل D برای تعیین DJ است .

توجه : می‌توان برشی از DE و DJ و CD گذراند . ولی دیگرحول D نمی‌توان گشتاور نوشت . چون هر سه از D عبور می‌کنند .



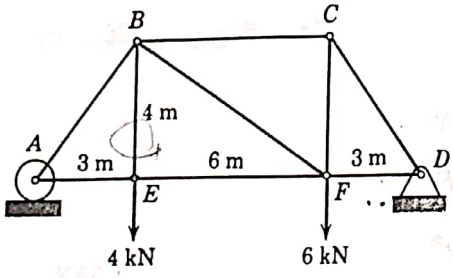
تمرینات

(خرپاهای موضوع تمرینات زیر را به روش تعادل برش حل کنید . فرض این است که وزن عضوها ناچیز می‌باشد .)

۴ـ۲۷ . نیروی بوجود آمده در عضوهای BC ، BE و EF را تعیین کنید .

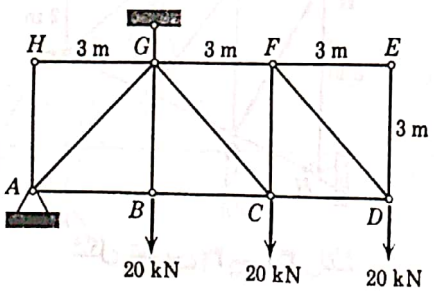
جواب :

$$BC = 4.12 \text{ kN } C$$
$$BE = 0.901 \text{ kN } T$$
$$EF = 3.38 \text{ kN } T$$



شکل تمرین ۴ ـ ۲۷

۴ـ۲۸ . نیروی عضو CG را بدست آورید .

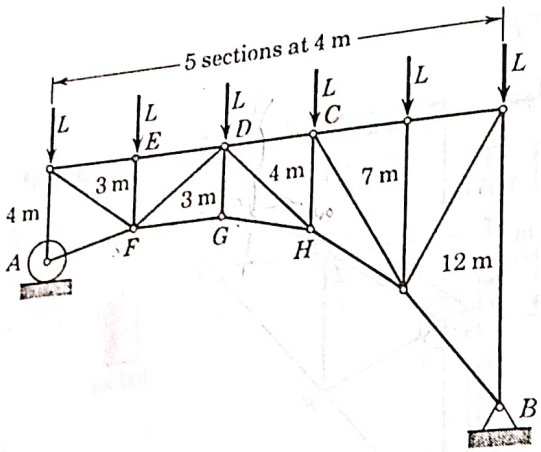


شکل تمرین ۴ ـ ۲۸

Scanned by CamScanner

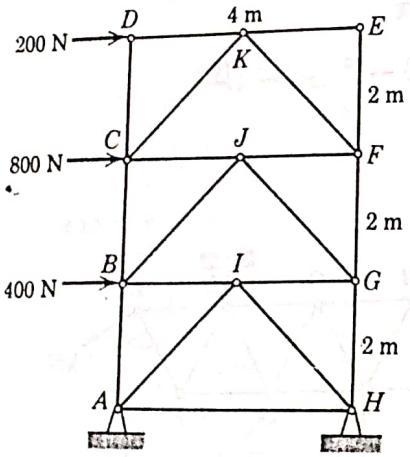
۴-۳۲. نیروی عضو DG را بدست آورید.

جواب: کششی $DG = L$



شکل تمرین ۴ ـ ۳۲

۴-۳۳. در خرپا متقارن‌نشان‌داده شده در شکل، نیروی عضوهای BC و FG را تعیین کنید. نشان دهید که اینکار با استفاده از یک برش و نوشتن دو رابطه تعادل امکان پذیر است. آیا نامعینی تکیه‌گاهی تاثیری در نتایج حاصله می‌گذارد؟

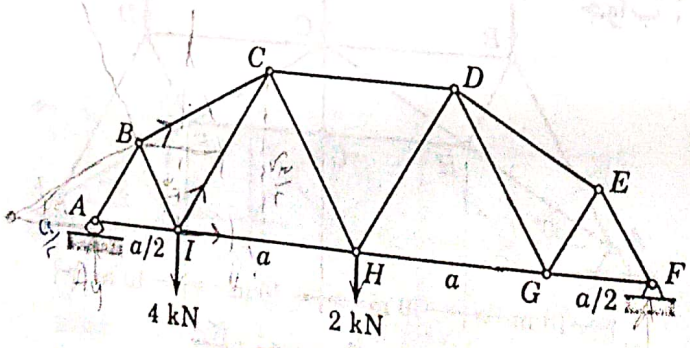


شکل تمرین ۴ ـ ۳۳

۴-۳۴. نیروی بوجود آمده در عضوهای BC، CI و HI را برای خرپای‌تمرین ۴ ـ ۱۱ بدست آورید. برای هر عضو تنها از یک رابطه تعادل استفاده کنید.

جواب:

$BC = 4.33$ kN C, $CI = 2.12$ kN T
$HI = 2.69$ kN T



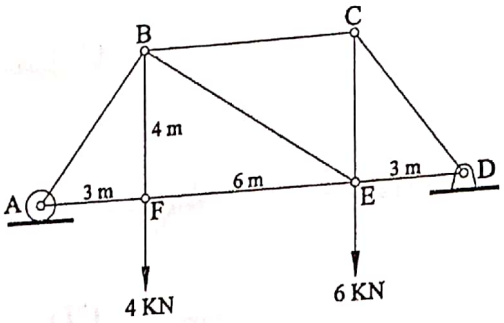
شکل تمرین ۴ ـ ۳۴

Scanned by CamScanner

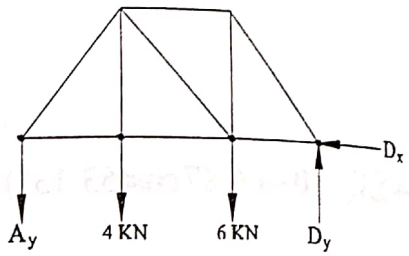
$\rightarrow AB = 2945$ ...

B_y

۵ـ۴) نیرو در هر عضو خرپای بارگذاری شده را تعیین نمایید.



در ابتدا کل خرپا را در نظر می‌گیریم:

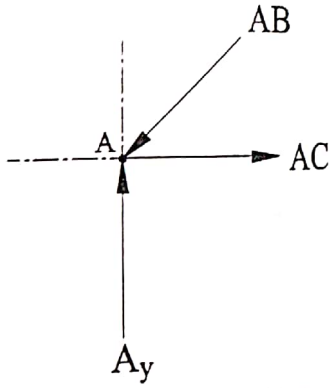


$$\circlearrowleft \sum M_D = 0 \rightarrow 4(9)+6(3)-A_y(12)=0 \rightarrow A_y = 4.5\ \text{N}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow D_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow 4.5 + D_y - 4 - 6 = 0 \rightarrow D_y = 5.5\ \text{N} \end{cases}$$

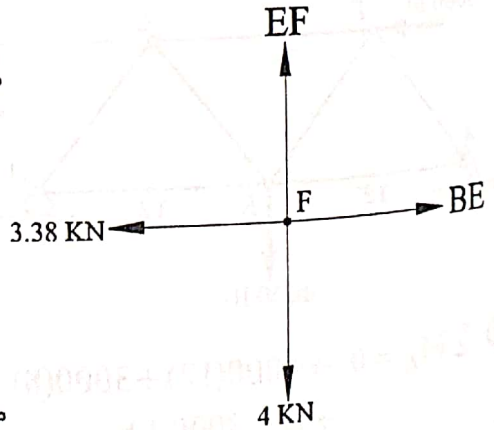
مفصل A :

$$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13^\circ$$



$$\begin{cases} AB = 4.5\left(\dfrac{\sin(90^\circ)}{\sin(\theta)}\right) = 5.625\ \text{kN} & \text{فشاری} \\ AF = 4.5\left(\dfrac{\sin(90^\circ-\theta)}{\sin(\theta)}\right) = 3.38\ \text{kN} & \text{کششی} \end{cases}$$

مفصل F :



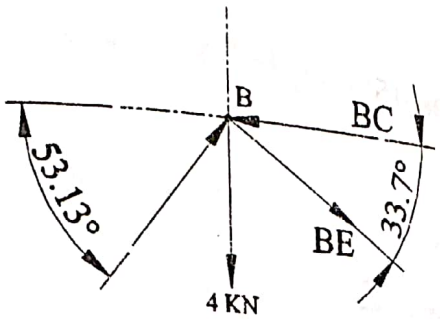
$$\begin{cases} \overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \rightarrow EF - 3.38 = 0 \rightarrow EF = 3.38\ \text{kN} & \text{کششی} \\ +\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow BE - 4 = 0 \rightarrow BE = 4\ \text{kN} & \text{کششی} \end{cases}$$

مفصل B :

$$\begin{cases} \overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \rightarrow BE\cos(33.7^\circ) - BC + 5.625\cos(53.13^\circ) = 0 \\ +\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow 5.625\sin(53.13^\circ) - 4 - BE\sin(33.7^\circ) = 0 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

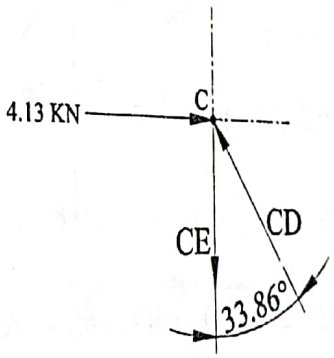
$BE = 0.901$ kN کششی ; $BC = 4.125$ kN فشاری



مفصل C :

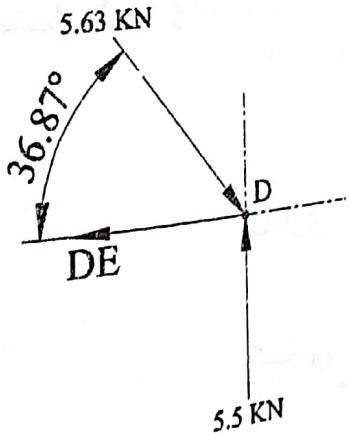
$$= 4.125\left(\frac{\sin(90° - 36.87°)}{\sin(36.87°)}\right) = 5.50 \text{ kN} \quad \text{کششی}$$

$$= 4.125\left(\frac{\sin(90°)}{\sin(36.87)}\right) = 6.87 \text{ kN} \quad \text{فشاری}$$

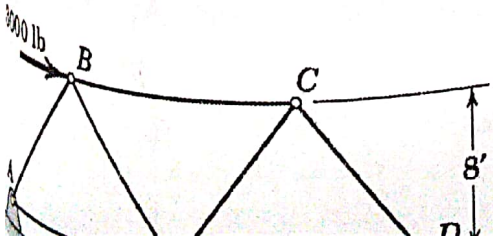


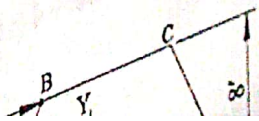
مفصل D :

$\sum F_x = 0 \rightarrow 6.87\cos(53.13°) - DE = 0 \rightarrow DE = 4.12$ kN کششی



۶-۴۵) نیرو درهر یک از عضوهای خرپای بارگذاری شده را تعیین کنید. تمامی مثلث‌ها هم اندازه می‌باشند





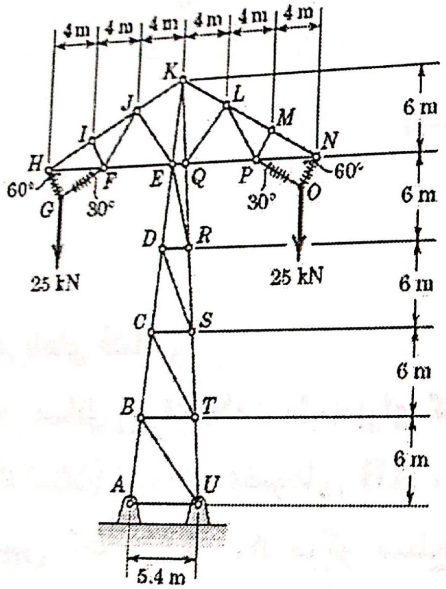
Scanned by CamScanner

از حل همزمان دو معادله بالا داریم:

$$+Ck\cos(28.8^\circ)+\cdots$$

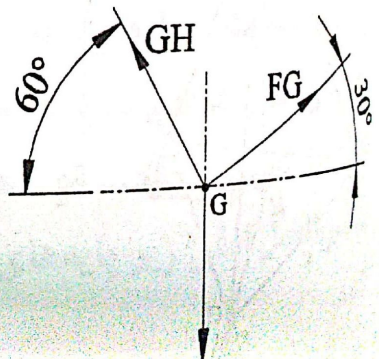
فشاری $Ck = 1097\ N$ یا $Ck = -1097\ N$

۵۴-۴) مدل طراحی شده یک دکل انتقال قدرت در شکل نشان داده شده است. عضوهای GH ، FG ، DP و NO کابل‌های عایق هستند و تمامی عضوهای دیگر میله‌های فولادی می‌باشند. به ازاء بارگذاری نشان داده شده، نیرو در عضوهای FI ، FJ ، EJ ، EK و ER را تعیین کنید. اگر مناسب است از روش ترکیبی استفاده کنید.



با بررسی مفصل I داریم: $FI = 0$

مفصل G :



$$\begin{cases} FG = 25\left(\dfrac{\sin(30°)}{\sin(90°)}\right) = 12.5\ kN & \text{کششی} \\ GH = 25\left(\dfrac{\sin(60°)}{\sin(90°)}\right) = 21.7\ kN & \text{کششی} \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

پایداری خرپاها:

درصورتی که تعداد گره‌های خرپا، j برابر با j گره و تعداد اعضای آن m عضو درنظر گیریم.

همچنین r تعداد درجات آزادی تکیه‌گاهی خرپا باشد رابطه زیر برقرار خواهد:

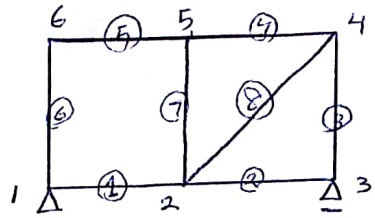
تعداد معادلات $= 2j$

تعداد مجهولات $= m + r$

درصورتی که $2j \leq m + r$ دراینصورت تعداد معادلات بیشتر از مجهولات بوده و خرپا ناپایدار می‌باشد.

- $2j > m + r$ ← ناپایدار استاتیکی
  - داخلی
  - خارجی
- $2j = m + r$ ← خرپا معین است و پایداری باید به طریق دیگری تشخیص داده شود.
  - تشخیص نوع خرپا (خرپای ساده)
  - قوانین ترکیب اجسام صلب
  - ناپایداری به علت شرایط خاص تکیه‌گاهی
- $2j < m + r$ ← خرپا نامعین است (پایداری باید بگونه‌ای مورد بررسی قرار گیرد)

Scanned by CamScanner

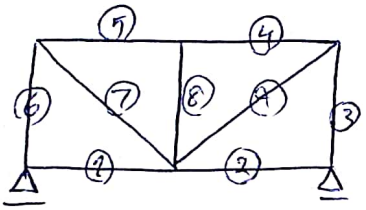


حداکثر مولفه های نگیه گاهی فراهم شده است و از لحاظ هندسی پایداری ها برآورده فراهم کرده اند.

$j = 6$
$m = 8$
$r = 3$

$2j = 12 > m + r = 8 + 3 = 11$

ناپایداری داخلی

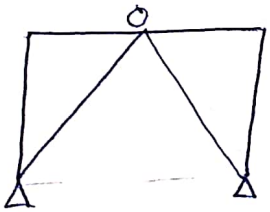


حداکثر مولفه های نگیه گاهی فراهم شده است ← ناپایداری خارجی

خرپا از لحاظ داخلی پایدار است چرا که از رشته تشکیل یک پیچوده آمده است

$j = 6$
$m = 9$
$r = 2$

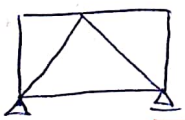
$2j = 12 > m + r = 9 + 2 = 11$



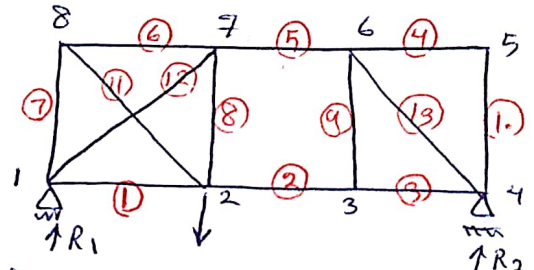
خرپاهای نشان داده شده اگر از نگیه گاه خود جدا شود، پایدار نبوده و قدرت وجود حول نقطه O دران خواهد کرد. لیکن ۲ مولفه نگیه گاهی به علت وجود $\sum M_o = 0$ سبب پایدار خواهد بود.

$j = 5$
$m = 6$
$r = 4$

$2j = 10 = m + r = 10$



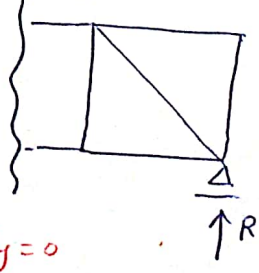
$j = 5$
$m = 7$
$r = 3$
$2j = 10 = m + r = 10$



$j = 8$
$m = 13$
$r = 3$

$2j = 16$
$m + r = 16$

بررسی ناپایدار با اعمال یک بار خاص

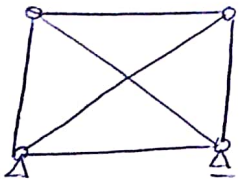


$\sum F_y = 0$

هیچ مولفه ای قائم در مقطع برش خورده وجود ندارد. لذا خرپا ناپایدار است.

69/

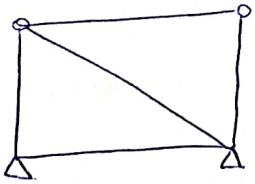
Scanned by CamScanner



$j = 4$
$m = 6$
$r = 3$

$2j = 8$
$m + r = 9$

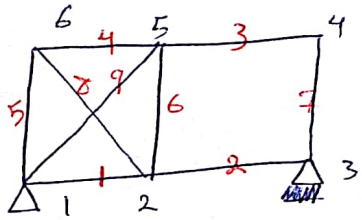
خرپا معین و پایدار است (نا معینی داخلی)



$j = 4$
$m = 5$
$r = 4$

$2j = 8$
$m + r = 9$

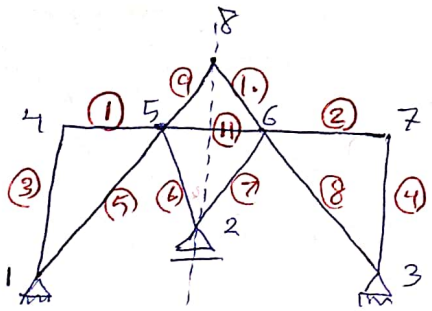
خرپا پایدار و نا معین (نا معینی خارجی)



$j = 6$
$m = 9$
$r = 4$

$2j = 12$
$m + r = 13$

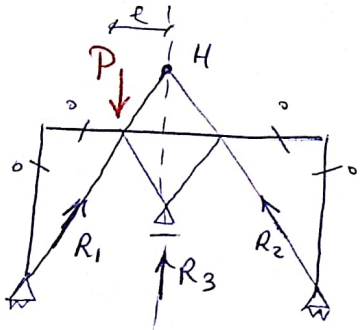
خرپا نا معین و نا پایدار است



$j = 8$
$m = 11$
$r = 5$

$2j = 16$
$m + r = 16$

ناپایدار پایدارساز خاص



$\sum M_{H=0} \rightarrow P \times e = 0$

مولفه‌های سکنات هستند

خرپا ناپایدار خواهد بود.

Scanned by CamScanner